

The background features a light pink and white color scheme. On the left, there are soft, cloud-like watercolor textures. On the right, a network diagram is visible, consisting of several red circular nodes connected by thin red lines, forming a geometric structure. The overall aesthetic is clean and modern.

新北市112年度

●混齡教學課程發展指引

12年課綱中年段數學學習領域適用

壹、編輯理念

數學與其他領域的差異，在於其結構有系統、有脈絡，其概念發展既依賴直覺又需要推理。同齡學生的數學認知發展有個別差異，學習者若未能充分理解前一階段的概念，必然影響後續階段的學習。國小數學領域混齡課程的發展，需要兼顧適合二個不同年級程度的學生，對編輯小組及實際教學的教師而言，都是一項高難度的挑戰。

數學課程地圖手冊編輯理念，首先必須提供每位學生每節課都有感的學習活動機會。對於學習晚一年的學生，應考量其學習方法與基本學習能力，發展同儕互動的教學課程，及時提供跳躍學習的活動課程。對已早一年學習的學生，可設計加深、加廣、專題探究等主題課程，激發學生學習動力，並透過合作、探究、差異化等教學法，引導其指導較低年齡的學生，從教學過程中強化其重要數學概念。

數學知識雖然本質抽象，為能讓不同年齡、不同能力的學生，皆能獲得足夠的數學素養，編輯小組先分析各年級教科書的內容，了解各教材學習所需要的基礎知識與能力，發現低、中、高年段的數學混齡學習教材必須「異中求同、同中求異」，目標是讓各階段學生能有效學習。各階段學習重點如下：

低年段：能初步掌握數、量、形的概念，其重點在自然及運算、長度與簡單圖形的認識。

中年段：在數方面，能確實掌握自然的四則與混合運算，培養流暢的數字感，並初步學習分數與小數的概念。在量方面以長度為基礎，學習量的常用單位及其計算。在幾何方面發展以角、邊要素認識幾何圖形的能力，並操作認識幾何圖形的性質。

高年段：確實掌握分數與小數的四則計算。能以常用量關係，解決日常生活的問題。能認識簡單平面與立體圖形幾何性質，並理解其面積與體積的計算。能製作簡單統計圖表。

106 年度編輯小組經過多次的討論，逐漸發展出數學領域的混齡學習課程地圖，期間邀請諮詢教授指導，亦請數學輔導團員共同檢視，最後完成數學混齡課程發展架構草案提供現場教師參考。112 年度因應新課綱中年段部分針對 111 學年度教科書重新檢視單元架構編修完成。以下說明此課程發展實踐的重要想法：

- (一) 此課程第一年先讓一、三、五年級學生學習混齡教材，先不要加入二、四、六年級學生進行混齡教學，避免造成學習落差，第二年合班正式實施混齡教學，亦可讓教師有時間熟悉新的組合教材。
- (二) 因為教科書教材經過混合編整，建議讓參與混齡教學的學生，能夠同時有該年段的四冊教科書，例如：低年段學生要有同版本第 1.2.3.4 冊課本與習作，中年段學生要有同版本第 5.6.7.8 冊課本與習作，高年段學生要有同版本第 9.10.11.12 冊課本與習作。
- (三) 混齡教學課程教材分為兩類，第一部分屬於共同學習的教材，教師可以透過合作學習等教學法讓學生共同學習；第二部分配合數學教材的特有系統結構，必須實施分齡分組教學。不同年齡的學生學習能力仍有極大的差異，教師可以透過時間妥適分配，將兩組學生的「教學」與「評量」交錯實施，因為偏遠小校的學生人數較少，應該可以兼顧學生的學習成效。
- (四) 有關教學時間的規劃，目前因應新課綱中年段每周 4 節課，每學期安排 80 節以內，保有部分節數的彈性時間，教師可以依學生學習的節奏，進行加深、加廣或補救教學。本課程建議各

單元教學，不必參照教科書教師手冊的時間規劃，因為學生特質不同、教材重新組合等因素，所以可依學生學習成效適度調整。在「共同學習課程」的部分，對混齡學生都是新的教材，所以教學節數配置沒有改變；在「循環基礎課程」的部分，因為高年齡的學生已學習過，可以讓他們複習重要概念並指導初學的學生，所以教學節數配置會較少；在「分組學習課程」的部分，因為教師要同時處理二種不同的學習教材，所以教學節數配置也會較多。

- (五) 有關學習評量的規劃建議採多元評量，紙筆測驗應視學生學習內容進行規劃，若無法掌握共同評量的命題核心，建議採取分年級測驗命題，較能符合學生的學習能力。綜上，如何讓學生人數少的小班教學，可以讓學生探索、討論，建立數學學習的基礎，培養對數學的喜好，需要教育夥伴一起共同努力。
- (六) 考量偏遠學校各校使用不同版本教科書，為了因應現場教師的需求，本課程地圖包含三個不同教科書版本的數學領域混齡課程架構表。建議教師選用與該校同版本的混齡課程架構表來做教學規劃，再依據個別情形作教學調整。

貳、課程地圖

一、數學領域混齡教學課程架構

編輯小組參考偏遠地區通行的數學領域教科書教材，作為混齡教學教材的主要素材。本次中年段編修作業依據 111 學年度各版本單元內容進行調整，針對「康軒」、「南一」、「翰林」三個不同版本教科書，分析編輯成中年段的各版本數學混齡課程架構表。課程架構表中呈現兩年的授課單元名稱、教學順序、授課節數，透過「C、D」課程代碼表示不同的教學內涵。另外，各年段的混齡課程架構之前提供了十二年課綱數學領域學習內容指標與各版本教科書單元的對應表，提供教師在參考混齡課程架構表時可以對應學習內容或分年細目指標，更能清楚掌握該單元的教學重點以及前後相關的課程地圖關係。

二、國小數學領域混齡教學架構圖表之編寫說明

1. 本課程設計以同年段混齡學童為對象分為共同學習及分組學習兩種教材，分別為架構表中的課程代碼 C、D 二類。其中共同學習教材之一為「共同學習課程」，意旨同年段混齡學童共同學習且二年內學習不重複的單元內容，代碼為 C1 和 C2；之二為「循環基礎課程」，意旨同年段混齡學童共同學習且二年內需重複基礎學習的單元內容，代碼為 C3。至於分組學習教材為「分組學習課程」意旨教師在同一節課需分年級進行不同單元的教學，代碼為 D1 和 D2，D1 課程是給低年齡學生的學習課程，D2 課程是給高年齡學生的學習課程。
2. 表格縱軸分為學年度 A 和學年度 B，橫軸分為上學期和下學期。每學期的學習單元都有其順序性，建議教師依據由上而下的單元順序進行教學。
3. 每個單元名稱的後面標註表示該單元在原教科書的冊數、單元序號及本課程建議的教學節數，例如「10 以內的數(1, 1, 4)」表示「10 以內的數」這個單元原在康軒版第一冊的第一單元，建議混齡教學所需的授課節數配置 4 節。

十二年課綱數學領域學習內容與各版本教科書單元對應表(國小中年段)

註：(1,1)表示(第一冊、第一單元)

十二年課綱數學領域學習內容		康軒版	南一版	翰林版
數 與 量	N-3-1 一萬以內的數：含位值積木操作活動。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「千」。位值單位換算。	(5, 1)	(5, 1)	(5, 1)
	N-3-2 加減直式計算：含加、減法多次進、退位。	(5, 2)	(5, 2)	(5, 3)
	N-3-3 乘以一位數：乘法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被乘數為二、三位數。	(5, 4)	(5, 3)	(5, 4)
	N-3-4 除法：除法的意義與應用。基於 N-2-9 之學習，透過幾個一數的解題方法，理解如何用乘法解決除法問題。熟練十乘乘法範圍的除法，做為估商的基礎。	(5, 7)	(5, 6)	(5, 6)
	N-3-5 除以一一位數：除法直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。被除數為二、三位數。	(6, 2)	(6, 1)	(6, 1)
	N-3-6 解題：乘除應用問題。乘數、被乘數、除數、被除數未知之應用解題。連結乘與除的關係(R-3-1)。	(6, 8)	(6, 8)	(6, 8)
	N-3-7 解題：兩步驟應用問題(加減與除、連乘)。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。	(5, 4) (6, 2)	(6, 4)	(6, 5)
	N-3-8 解題：四則估算。具體生活情境。較大位數之估算策略。能用估算檢驗計算結果的合理性。	(5, 2) (5, 4)	(5, 2) (5, 3) (6, 1)	(5, 3)
	N-3-9 簡單同分母分數：結合操作活動與整數經驗。簡單同分母分數比較、加、減的意義。牽涉之分數與運算結果皆不超過 2。以單位分數之點數為基礎，連結整數之比較、加、減。知道「和等於 1」的意義。	(5, 9) (6, 1)	(5, 8) (6, 7)	(5, 8)(6, 3)
	N-3-10 一位小數：認識小數與小數點。結合點數、位值表徵、位值表。位值單位「十分位」。位值單位換算。比較、加減(含直式計算)與解題。	(6, 5)	(6, 9)	(6, 6)
	N-3-11 整數數線：認識數線，含報讀與標示。連結數序、長度、尺的經驗，理解在數線上做比較、加、減的意義。	(5, 1)	(5, 1)	(5, 5)
	N-3-12 長度：「毫米」。實測、量感、估測與計算。單位換算。	(6, 7)	(5, 4)	(5, 5)
	N-3-13 角與角度(同 S-3-1)：以具體操作為主。初步認識角和角度。角度的直接比較與間接比較。認識直角。	(5, 5)	(5, 5)	(5, 2)
	N-3-14 面積：「平方公分」。實測、量感、估測與計算。	(5, 6)	(6, 5)	(6, 9)
	N-3-15 容量：「公升」、「毫升」。實測、量感、估測與計算。單位換算。	(5, 3)	(6, 2)	(6, 2)
	N-3-16 重量：「公斤」、「公克」。實測、量感、估測與計算。單位換算。	(5, 8)	(6, 6)	(5, 7)
	N-3-17 時間：「日」、「時」、「分」、「秒」。實測、量感、估測與計算。時間單位的換算。認識時間加減問題的類型。	(6, 4)	(6, 3)	(6, 7)

	N-4-1 一億以內的數：位值單位「萬」、「十萬」、「百萬」、「千萬」。建立應用大數時之計算習慣，如「30萬 1200」與「21萬 300」的加減法。	(7, 1)	(7, 1)	(7, 1)
	N-4-2 較大位數之乘除計算：處理乘數與除數為多位數之乘除直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。	(7, 2) (7, 4) (8, 1)	(7, 2) (7, 4)	(7, 2)(7, 4)
	N-4-3 解題：兩步驟應用問題（乘除，連除）。乘與除、連除之應用解題。	(7, 6)	(7, 8)	(7, 8)(8, 2)
	N-4-4 解題：對大數取概數。具體生活情境。四捨五入法、無條件進入、無條件捨去。含運用概數做估算。近似符號「 \approx 」的使用。	(8, 8)	(8, 3)	(8, 1)
	N-4-5 同分母分數：一般同分母分數教學（包括「真分數」、「假分數」、「帶分數」名詞引入）。假分數和帶分數之變換。同分母分數的比較、加、減與整數倍。	(7, 8)	(7, 6) (8, 2)	(7, 6)(8, 4)
	N-4-6 等值分數：由操作活動中理解等值分數的意義。簡單異分母分數的比較、加、減的意義。簡單分數與小數的互換。	(8, 6)	(8, 7)	(8, 8)
	N-4-7 二位小數：位值單位「百分位」。位值單位換算。比較、計算與解題。用直式計算二位小數的加、減與整數倍。	(7, 9) (8, 5)	(7, 9) (8, 4)	(7, 9)(8, 6)
	N-4-8 數線與分數、小數：連結分小數長度量的經驗。以標記和簡單的比較與計算，建立整數、分數、小數一體的認識。	(8, 5) (8, 6)	(7, 6) (7, 9)	(7, 6)(8, 8)
	N-4-9 長度：「公里」。生活實例之應用。含其他長度單位的換算與計算。	(7, 7)	(7, 10)	(7, 5)
	N-4-10 角度：「度」（同 S-4-1）。量角器的操作。實測、估測與計算。以角的合成認識 180 度到 360 度之間的角度。「平角」、「周角」。指定角度作圖。	(7, 3)	(7, 3)	(7, 3)
	N-4-11 面積：「平方公尺」。實測、量感、估測與計算。	(8, 4)	(8, 6)	(8, 5)
	N-4-12 體積與「立方公分」：以具體操作為主。體積認識基於 1 立方公分之正方體。	(8, 10)	(8, 9)	(8, 7)
	N-4-13 解題：日常生活的時間加減問題。跨時、跨午、跨日、24 小時制。含時間單位換算。	(8, 9)	(8, 8)	(8, 9)
空間與形狀	S-3-1 角與角度（同 N-3-13）：以具體操作為主。初步認識角和角度。角度的直接比較與間接比較。認識直角。	(5, 5)	(5, 5)	(5, 2)
	S-3-2 正方形和長方形：以邊與角的特徵來定義正方形和長方形。	(5, 5)	(5, 5)	(5, 2)
	S-3-3 圓：「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。能使用圓規畫指定半徑的圓。	(6, 6)	(5, 9)	(6, 4)
	S-3-4 幾何形體之操作：以操作活動為主。平面圖形的分割與重組。初步體驗展開圖如何黏合成立體形體。知道不同之展開圖可能黏合成同一形狀之立體形體。	(5, 6)	(6, 5)	(5, 2)
	S-4-1 角度：「度」（同 N-4-10）。量角器的操作。實測、估測與計算。以角的合成認識 180 度到 360 度之間的角度。「平角」、「周角」。指定角度作圖。	(7, 3)	(7, 3)	(7, 3)

	S-4-2 解題：旋轉角。以具體操作為主，並結合計算。以鐘面為模型討論從始邊轉到終邊所轉的角度。旋轉有兩個方向：「順時針」、「逆時針」。「平角」、「周角」。	(7, 3)	(7, 3)	(7, 3)
	S-4-3 正方形與長方形的面積與周長：理解邊長與周長或面積的關係，並能理解其公式與應用。簡單複合圖形。	(8, 4)	(8, 6)	(8, 5)
	S-4-4 體積：以具體操作為主。在活動中認識體積的意義與比較。認識 1 立方公分之正方體，能理解並計數正方體堆疊的體積。	(8, 10)	(8, 9)	(8, 7)
	S-4-5 垂直與平行：以具體操作為主。直角是 90 度。直角常用記號。垂直於一線的兩線相互平行。平行線間距離處處相等。作垂直線；作平行線。	(8, 2)	(8, 5)	(8, 3)
	S-4-6 平面圖形的全等：以具體操作為主。形狀大小一樣的兩圖形全等。能用平移、旋轉、翻轉做全等疊合。全等圖形之對應角相等、對應邊相等。	(7, 5)	(7, 5)	(7, 7)
	S-4-7 三角形：以邊與角的特徵認識特殊三角形並能作圖。如正三角形、等腰三角形、直角三角形、銳角三角形、鈍角三角形。	(7, 5)	(7, 5)	(7, 7)
	S-4-8 四邊形：以邊與角的特徵（含平行）認識特殊四邊形並能作圖。如正方形、長方形、平行四邊形、菱形、梯形。	(8, 2)	(8, 5)	(8, 3)
關係	R-3-1 乘法與除法的關係：乘除互逆。應用於驗算與解題。	(6, 8)	(6, 8)	(6, 8)
	R-3-2 數量模式與推理 (I)：以操作活動為主。一維變化模式之觀察與推理，例如數列、一維圖表等。	(6, 3)	(5, 7)	(5, 9)
	R-4-1 兩步驟問題併式：併式是代數學習的重要基礎。含四則混合計算的約定（由左往右算、先乘除後加減、括號先算）。學習逐次減項計算。	(7, 6)(8, 3)	(7, 8)	(7, 8)(8, 2)
	R-4-2 四則計算規律 (I)：兩步驟計算規則。加減混合計算、乘除混合計算。在四則混合計算中運用數的運算性質。	(8, 3)	(7, 8)	(8, 2)
	R-4-3 以文字表示數學公式：理解以文字和運算符號聯合表示的數學公式，並能應用公式。可併入其他教學活動（如 S-4-3）。	(8, 4)	(8, 6)	(8, 5)
	R-4-4 數量模式與推理 (II)：以操作活動為主。二維變化模式之觀察與推理，如二維數字圖之推理。奇數與偶數，及其加、減、乘模式。	(8, 7)	(7, 7)	(8, 10)
資料與不確定性	D-3-1 一維表格與二維表格：以操作活動為主。報讀、說明與製作生活中的表格。二維表格含列聯表。	(6, 9)	(6, 10)	(5, 9)
	D-4-1 報讀長條圖與折線圖以及製作長條圖：報讀與說明生活中的長條圖與折線圖。配合其他領域課程，學習製作長條圖。	(7, 10)	(8, 1)	(7, 10)

中年段混齡課程架構表【康軒版】

		學年度 A				學年度 B				
		課程代碼	單元名稱	節	總節數	課程代碼	單元名稱	節	總節數	
上學期		C3	10000 以內的數 (5, 1, 6)	6	72	C3	10000 以內的數 (5, 1, 6)	6	72	
		C3	四位數加減法(5, 2, 5)	5		C3	四位數加減法(5, 2, 5)	5		
	D	D1	乘法(5, 4, 9)	9		D	D1	乘法(5, 4, 9)		9
		D2	整數的乘法(7, 2, 9)				D2	整數的乘法(7, 2, 9)		
		C1	角(5, 5, 6)	6		C2	公斤和公克(5, 8, 6)	6		
		C1	圓(6, 6, 5)	5		C2	尋找規律(6, 3, 5)	5		
	D	D1	分數(5, 9, 9)	9		D	D1	分數(5, 9, 9)		9
		D2	分數(7, 8, 9)				D2	分數(7, 8, 9)		
		C3	面積(5, 6, 5)	5		C3	面積(5, 6, 5)	5		
	D	D1	除法(5, 7, 9)	9		D	D1	除法(5, 7, 9)		9
		D2	整數的除法(7, 4, 9)				D2	整數的除法(7, 4, 9)		
		C3	小數(6, 5, 6)	6		C3	小數(6, 5, 6)	6		
		C1	時間(6, 4, 6)	6		C2	公升和毫升(5, 3, 6)	6		
		C1	角度(7, 3, 6)	6		C2	毫米(6, 7, 6)	6		
下學期		C3	一億以內的數(7, 1, 5)	5	72	C3	一億以內的數(7, 1, 5)	5	72	
		C3	整數四則計算(7, 6, 6)	6		C3	整數四則計算(7, 6, 6)	6		
	D	D1	分數的加減(6, 1, 8)	8		D	D1	分數的加減(6, 1, 8)		8
		D2	等值分數(8, 6, 8)				D2	等值分數(8, 6, 8)		
	D	D1	除法(6, 2, 8)	8		D	D1	除法(6, 2, 8)		8
		D2	多位數的乘與除(8, 1, 8)				D2	多位數的乘與除(8, 1, 8)		
		C3	小數(7, 9, 5)	5		C3	小數(7, 9, 5)	5		
		C1	三角形(7, 5, 6)	6		C2	統計表(6, 9, 5)	5		
		C1	四邊形(8, 2, 6)	6		C2	數量規律(8, 7, 5)	5		
	D	D1	乘法與除法(6, 8, 6)	6		D	D1	乘法與除法(6, 8, 6)		6
		D2	小數的乘法(8, 5, 6)				D2	小數的乘法(8, 5, 6)		
		C1	時間的計算(8, 9, 6)	6		C2	公里(7, 7, 5)	5		
		C1	周長與面積(8, 4, 6)	6		C2	立方公分(8, 10, 4)	4		
						C2	統計圖(7, 10, 5)	5		
	C3	概數(8, 8, 5)	5	C3	概數(8, 8, 5)	5				
	C3	簡化計算(8, 3, 5)	5	C3	簡化計算(8, 3, 5)	5				

註 1：(5, 1, 4)表示(第五冊、第一單元、建議授課 4 節)

註 2：代碼 C1 及 C2 表示「共同年段課程」

代碼 C3 表示「循環基礎課程」

代碼 D1 及 D2 表示「分組學習課程」

中年段混齡課程架構表【南一版】

		學年度 A				學年度 B					
課程代碼	單元名稱	節	總節數	課程代碼	單元名稱	節	總節數				
上學期	C3	數到 10000(5, 1, 5)	5	72	C3	數到 10000(5, 1, 5)	5	72			
	C3	面積(6, 5, 5)	5		C3	面積(6, 5, 5)	5				
	C3	四位數的加減(5, 2, 5)	5		C3	四位數的加減(5, 2, 5)	5				
	D	D1	乘法(5, 3, 8)		8	D	D1		乘法(5, 3, 8)	8	
		D2	乘法(7, 2, 8)				D2		乘法(7, 2, 8)		
	C1	圓(5, 9, 6)	6		C2	角、正方形和長方形(5, 5, 6)	6				
	D	D1	除法(5, 6, 8)		8	D	D1		除法(5, 6, 8)	8	
		D2	除法(7, 4, 8)				D2		除法(7, 4, 8)		
	C1	幾毫米(5, 4, 5)	5		C2	找規律(5, 7, 5)	5				
	C1	時間(6, 3, 6)	6		C2	公升與毫升(6, 2, 8)	6				
	D	D1	分數(5, 8, 8)		8	D	D1		分數(5, 8, 8)	8	
		D2	分數(7, 6, 8)				D2		分數(7, 6, 8)		
	C3	小數(6, 9, 6)	6		C3	小數(6, 9, 6)	6				
	C1	角度(7, 3, 10)	10		C2	公斤與公克(6, 6, 5)	5				
				C2	報讀表格(6, 10, 5)	5					
下學期	C3	一億以內的數 (7, 1, 5)	5	74	C3	一億以內的數 (7, 1, 5)	5	74			
	C3	小數(7, 9, 5)	5		C3	小數(7, 9, 5)	5				
	D	D1	除法(6, 1, 6)		6	D	D1		除法(6, 1, 6)	6	
		D2	分數的加減和整數倍(8, 2, 6)				D2		分數的加減和整數倍(8, 2, 6)		
	D	D1	分數的加減(6, 7, 6)		6	D	D1		分數的加減(6, 7, 6)	6	
		D2	小數乘以整數(8, 4, 6)				D2		小數乘以整數(8, 4, 6)		
	C3	兩步驟的計算(6, 4, 5)	5		C3	兩步驟的計算(6, 4, 5)	5				
	C1	三角形(7, 5, 6)	6		C2	容量與重量計算(7, 7, 6)	6				
	D	D1	乘法與除法(6, 8, 6)		6	D	D1		乘法與除法(6, 8, 6)	6	
		D2	等值分數 (8, 7, 6)				D2		等值分數 (8, 7, 6)		
	C1	長度(7, 10, 4)	4		C2	統計圖表(8, 1, 6)	6				
	C1	四邊形(8, 4, 8)	8		C2	周長與面積(8, 6, 6)	6				
						C2	數量關係(7, 7, 6)		6		
	C3	概數(8, 3, 5)	5		C3	概數(8, 3, 5)	5				
C1	時間的加減(8, 8, 6)	6	C2	立方公分(8, 9, 6)	6						
C3	整數四則(7, 8, 6)	6	C3	整數四則(7, 8, 6)	6						

註 1：(5, 1, 4)表示(第五冊、第一單元、建議授課 4 節)

註 2：代碼 C1 及 C2 表示「共同年段課程」

代碼 C3 表示「循環基礎課程」

代碼 D1 及 D2 表示「分組學習課程」

中年段混齡課程架構表【翰林版】

		學年度 A			學年度 B			
上 學 期	課程代碼	單元名稱	節	總節數	課程代碼	單元名稱	節	總節數
		C3	10000 以內的數(5, 1, 6)	6	72	C3	10000 以內的數(5, 1, 6)	6
	C3	10000 以內的加減(5, 3, 6)	6	C3		10000 以內的加減(5, 3, 6)	6	
	D	D1 乘法(5, 4, 9)	9	D		D1 乘法(5, 4, 9)	9	
		D2 乘法(7, 2, 9)				D2 乘法(7, 2, 9)		
	C1	角與形狀(5, 2, 6)	6	C2		公斤與公克(5, 7, 5)	5	
	C1	圓(6, 4, 4)	4	C2		公升與毫升(6, 2, 5)	5	
	D	D1 分數(5, 8, 10)	10	D		D1 分數(5, 8, 10)	10	
		D2 假分數與帶分數(7, 6, 10)				D2 假分數與帶分數(7, 6, 10)		
	C3	一位小數(6, 6, 6)	6	C3		一位小數(6, 6, 6)	6	
	D	D1 除法(5, 6, 10)	10	D		D1 除法(5, 6, 10)	10	
		D2 除法(7, 4, 10)				D2 除法(7, 4, 10)		
	C3	面積(6, 9, 5)	5	C3		面積(6, 9, 5)	5	
	C1	時間(6, 7, 6)	6	C2		毫米與數線(5, 5, 4)	4	
	C1	角度(7, 3, 4)	4	C2		列表與規律(5, 9, 6)	6	
下 學 期	C3	一億以內的數(7, 1, 5)	5	72	C3	一億以內的數(7, 1, 5)	5	72
	C3	兩步驟應用問題(6, 5, 5)	5		C3	兩步驟應用問題(6, 5, 5)	5	
	D	D1 除法(6, 1, 6)	6		D	D1 除法(6, 1, 6)	6	
		D2 分數(一) (8, 4, 6)				D2 分數(一) (8, 4, 6)		
	D	D1 分數與加減(6, 3, 7)	7		D	D1 分數與加減(6, 3, 7)	7	
		D2 分數(二) (8, 8, 7)				D2 分數(二) (8, 8, 7)		
	C1	三角形與全等(7, 7, 5)	5		C2	公里(7, 5, 5)	5	
	C1	垂直、平行與四邊形(8, 3, 6)	6		C2	體積(8, 7, 6)	6	
	C3	二位小數(7, 9, 6)	6		C3	二位小數(7, 9, 6)	6	
	D	D1 乘與除(6, 8, 6)	6		D	D1 乘與除(6, 8, 6)	6	
		D2 小數乘法(8, 6, 6)				D2 小數乘法(8, 6, 6)		
	C3	兩步驟問題與併式(7, 8, 5)	5		C3	兩步驟問題與併式(7, 8, 5)	5	
	C3	概數(8, 1, 5)	5		C3	概數(8, 1, 5)	5	
	C1	周長與面積(8, 5, 5)	5		C2	統計圖表(7, 10, 6)	6	
C1	時間的計算(8, 9, 6)	6	C2	規律(8, 10, 5)	5			
C3	四則運算(8, 2, 5)	5	C3	四則運算(8, 2, 5)	5			

註 1：(5, 2, 4)表示(第五冊、第二單元、建議授課 4 節)

註 2：代碼 C1 及 C2 表示「共同年段課程」

代碼 C3 表示「循環基礎課程」

代碼 D1 及 D2 表示「分組學習課程」

參、教學活動設計

數學領域混齡教學活動設計-中年段

單元名稱：周長與面積

設計者：林心怡

本節教學主題：周長與面積的關係

社群成員：新北市國小數學輔導團

一、單元的期望學習結果

(一) 單元學習目標

1. 認識正方形、長方形的周長公式。
2. 認識正方形、長方形的面積公式。
3. 認識 1 平方公尺，並進行實測及估測。
4. 認識平方公尺與平方公分的關係與換算。
5. 應用長方形、正方形的面積公式解決複合圖形的面積問題。
6. 察覺周長和面積的關係(等周長不一定等面積，等面積不一定等周長)。

(二) 課程綱要學習重點

對應的學習表現	對應的學習內容
s-II-1 理解正方形和長方形的面積與周長公式與應用。	S-4-3 正方形與長方形的面積與周長：理解邊長與周長或面積的關係，並能理解其公式與應用。簡單複合圖形。 (邊長限整數。最後學生的計算是依據定義以乘法計算，而非測量合成之結果。簡單複合圖形限兩圖形之組合。)

二、學生與教材分析

(一) 學生先備知識與學習困難

學生先備知識	學生可能的學習困難
<ol style="list-style-type: none">1. 認識周長，並做周長的計算。2. 透過切割重組的操作活動理解等積異形。3. 認識「平方公分」的面積單位。4. 能用平方公分板進行面積的實測，進而使用乘法簡化長方形面積的點算。	<ol style="list-style-type: none">1. 在圖形中周長與面積兩個幾何量的混淆。2. 在切割重組的情況下，混淆等積異形時面積與周長的變化關係。

(二) 教材研究分析

本次教學以四年級「周長與面積」單元最後，整合周長與面積的關係進行探究。以下為綱要中關於「周長」與「面積」的詮釋內容：

(一) 九年一貫 97 年數學領綱分年細目：

4-n-18 能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。

說明：教師應與學童討論兩面積公式之間的關係。也應討論長方形面積相等，形狀卻不一定相同

(因數的前置經驗)；若長方形周長相等，形狀也不一定相同。

(二)十二年課綱數學領綱學習內容

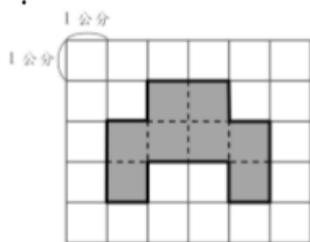
S-4-3 正方形與長方形的面積與周長：理解邊長與周長或面積的關係，並能理解其公式與應用。簡單複合圖形。

其中課程手冊中特別提及錯誤類型：有些學生常混淆周長與面積的概念，以面積公式計算周長，或以周長公式計算面積。老師教學時須確認學生是混淆周長及面積的意義，或者學生不理解周長或面積公式的意義。

◆從數學能力檢測來看學生表現：

以下為 2017 年國教院對三年級學生進行「周長」與「面積」概念的學力檢測，學生表現結果如下：

在一張平方公分板上畫出一個灰色圖形（如下圖），這個灰色圖形的周長是多少公分？

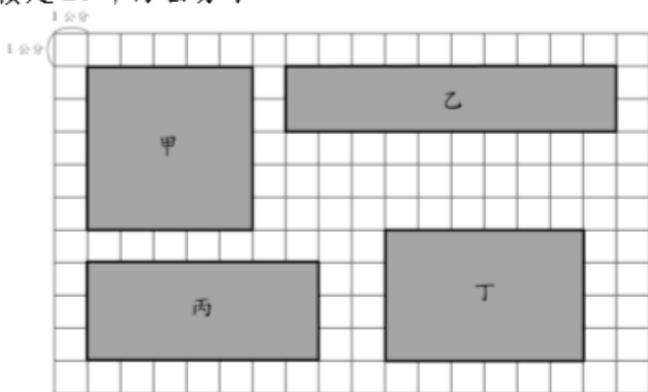


- ① 27 公分
- ② 18 公分
- ③ 16 公分
- ④ 8 公分

選 項	1	2	3	4	其他	答案：3
選項率	0.01	0.02	0.71	0.26	0.00	
高分組	0.00	0.00	0.91	0.09	0.00	
低分組	0.02	0.04	0.52	0.42	0.00	

★學生最多的錯誤類型(選項④)為點數面積視為周長大小。

小明在平方公分板上畫了甲、乙、丙、丁四個圖形，哪一個圖形的面積是 20 平方公分？



- ① 甲
- ② 乙
- ③ 丙
- ④ 丁

選 項	1	2	3	4	其他	答案：2
選項率	0.18	0.74	0.03	0.04	0.00	
高分組	0.08	0.91	0.01	0.01	0.00	
低分組	0.27	0.59	0.06	0.07	0.01	

★學生最多的錯誤類型(選項①)為點數周長視為面積大小。

此外，106 學年度新北市數學能力檢測對五年級學生進行關於「等積異形時周長的變化」主題，學生表現結果如下：

小玉在甲、乙二張大小相同的長方形紙張上，分別剪下一個一樣大的正方形，如下圖：



圖形甲和乙的周長哪一個比較長？為什麼？

類型	2				1				0				合計
	2A	2B	2C	2X	1A	1B	1C	1D	0A	0B	0X	99	
人數	209	42	16	12	68	443	143	686	745	240	229	81	2914 人
百分比(%)	7.3	1.4	0.5	0.4	2.3	15.2	4.9	23.6	25.6	8.1	7.9	2.8	
人數	279				1340				1295				
百分比(%)	9.6%				46%				44.4%				

★大部分學生錯誤類型(0A)認為面積一樣時，周長也會一樣。

此外，許多研究都指出學生容易產生周長與面積概念混淆的迷思，周長是長度量的延伸，屬於一維空間，而面積則是一種依附在幾何圖形區域所產生的量，屬於二維空間，尤其是出現周長和面積公式時都是用長度描述，學生如果不清楚周界長度與內部區域大小面積兩者概念不同，則非常容易混淆。

基於上述，本節課學習對象為三、四年級混班的學生(本次授課三年級學生未進行混材課程，故為合併三年級之面積單元進行，若有進行混材課程，則可視為舊經驗相同，共同上本單元內容)，三年級已經分別學習過周長以及面積概念，而四年級也已經學過正方形及長方形的面積及周長公式。筆者將本節課教學活動的設計從猜謎活動情境提供部分線索，確認學生對周長與面積的舊經驗以讓學生在嘗試找答案的過程中反覆操作，在不斷做出圖形周長與面積的同時也更加鞏固了兩者意涵之間的區別；最後再透過動態表徵觀察周長與面積之間變化關係，強化等周長時面積的變化情形。

三、各節次學習活動設計

(一)學習的主要概念與活動

節次	學習目標	活動目標	評量方式
一	認識正方形、長方形的周長公式。	1-1 認識正方形的周長公式。 1-2 認識長方形的周長公式。 1-3 應用正方形、長方形的周長公式。	發表 課堂習題 學習單
二	認識正方形、長方形的面積公式。	2-1 認識正方形的面積公式。 2-2 認識長方形的面積公式。 2-3 應用正方形、長方形的面積公式。	發表 課堂習題 學習單
三	1. 認識 1 平方公尺，並進行實測及估測。 認識平方公尺與平方公分的關係與換算。	3-1 認識 1 平方公尺，並進行實測及估測活動。 3-2 應用面積公式計算邊長為公尺的正方形及長方形的面積。 4-1 認識平方公尺與平方公分的關係。 4-2 進行平方公尺與平方公分的換算。	實作觀察 發表 課堂習題
四	應用長方形、正方形的面積公式解決複合圖形的面積問題。	5-1 應用長方形、正方形的面積公式解決簡單複合圖形(扣除)的面積。 5-2 應用長方形、正方形的面積公式解決簡單複合圖形(並置、填補)的面積。	觀察 發表 課堂習題 學習單
五 (本節演示)	察覺周長和面積的關係(等周長不一定等面積，等面積不一定等周長)。	6-1 察覺周長相等，但面積不一定相等的關係。 6-2 察覺面積相等，但周長不一定相等的關係。 6-3 察覺周長變化與面積變化時的關係。	實作觀察 發表 學習單

(二)素養導向的課程與教學

素養導向教學設計要點		與本節課活動內容的關聯說明
轉	<input type="checkbox"/> T1 情境問題轉化	T2: 透過猜謎畫正方形的活動複習周長及面積概念，並引出由周長及面積反推邊長的方法。 T3: 在同一圖形中探討周長與面積兩個幾何量的關係。
	<input checked="" type="checkbox"/> T2 新舊經驗銜接 <input checked="" type="checkbox"/> T3 數學概念聯結	
做	<input checked="" type="checkbox"/> D1 概念操作理解	D1: 整節課都透過實際操作畫圖不斷確認周長與面積的意涵，釐清兩者之間的區別。最後透過動態展示，將周長和面積關係視覺化幫助概念理解。 D2: 透過畫出老師給定條件的圖，學生作圖的同時即在探究畫出符合老師條件的圖需要的策略。
	<input checked="" type="checkbox"/> D2 解題策略探究 <input checked="" type="checkbox"/> D3 數學語言溝通	

		D3: 在全班討論圖形的周長及面積時，教師在溝通幾何語言的同時亦輔助示範的動態表徵(周長用手指周界一圈，面積需用手掌滑過整個內部區域)。
得	<ul style="list-style-type: none"> ■ G1 思考能力提升 ■ G2 解題態度培養 ■ G3 共同學習增能 	<p>G1: 透過個人及小組討論思考，探究各種策略及方法，提升數學思考的能力。</p> <p>G2: 在猜謎活動中，學生能保持高度興趣探究進行猜謎，並能享受解題成功的樂趣。</p> <p>G3: 透過各種策略的探究、分享以及欣賞他人策略的說明，共同學習不同角度的思考。</p>

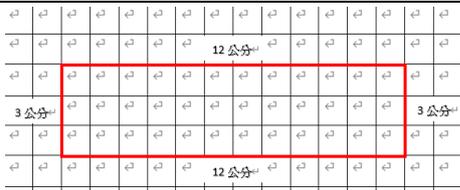
(三) 本節課學習活動的設計

*本學習活動設計為提供教師在使用教科書教學時，建議可針對進階組(A組)及基礎組(B組)學生所參考的差異化教學設計內容，教師仍須參考教科用書中所提列的教學要點。

學習活動 (時間)	教學活動內容	學生特質：	對應素養導向教學設計要點 (轉 T、做 D、得 G)
		低齡/基礎組(Basic)-B 組 高齡/進階組(Advanced)-A 組 學習活動設計： 同質分組-AB 生分開在不同組 異質分組-AB 生混合在同一組	
複習 確認 舊經驗 (10 分)	導入活動 ◆教師提供每位學生一張平方公分板方格紙。 教師提問一： 1. 老師的袋子中有一張正方形紙張，你們能畫出這張正方形紙張的樣子嗎？正方形有什麼特色呢？需要知道什麼線索才能畫？ 2. 教師提供「周長 20 公分」的線索，請學生將這個正方形的樣子畫下來。 3. 教師引導學生察覺周長 20 公分和邊長 5 公分的關係，正方形四邊等長，所以把周界的長度平分成 4 等分，就可以找出正方形一邊長度。	◆複習周長的概念，透過給定周長畫正方形活動，連結正方形的周長與邊長之間的關係 1. 合班共同複習 ：利用正方形色紙和扣條複習正方形的構成要素以及幾何名稱(邊長、周界、周長)的釐清。 2. 全班異質分組 ：A、B 組學生混合二人一組，先個人作圖，再兩人檢視，互相說明→同學彼此確認畫的樣子是否相同，周長是否都是 20 公分。(請學生用紅筆標示出周界並確認周長 20 公分在哪裡。若 B 組學生仍不熟悉，請 A 組學生協助指導 B 組學生) 3. 合班共同討論 正方形的周長 20 公分和邊長 5 公分的關係。	T2 新舊經驗銜接：透過猜謎畫正方形的活動複習周長概念，連結正方形的周長與邊長之間的關係，並引出由周長反推邊長的方法。

	<p>教師提問二：</p> <p>1. 老師的袋子中還有另一張正方形紙張，這此只能告訴你們它的面積是9平方公分，你能畫出它的樣子嗎？</p> <p>(★此時教師複習面積是圖形內部區域範圍的大小，引導學生想想正方形內部要如何鋪滿9個1平方公分呢？一排可以鋪幾個？可以鋪幾排？它的邊長應該是多少呢？)</p> <p>2. 老師引導邊長3公分的正方形表示一排可以排3個1平方公分，需要排3排剛好可以鋪滿9個1平方公分。我們也可以利用乘法表中「$3 \times 3 = 9$」從面積9平方公分找出正方形的邊長是3公分。</p> <p>☛教師小結：正方形只要知道周長或面積都可以確定邊長的長度，那麼就能確定它的樣子。</p>	<p>◆複習面積的概念，透過給定面積畫正方形活動，連結正方形的面積與邊長之間的關係，並利用乘法表的乘法事實從正方形的面積推論邊長</p> <p>1. 合班共同複習：複習圖形的周界、外部、內部的名稱以及面積的意義。</p> <p>2. 全班異質分組：A、B組學生混合二人一組，先個人作圖，再兩人檢視，互相說明→同學彼此確認畫的樣子是否相同，面積是否都是9平方公分。(請學生用藍筆塗出9個1平方公分在哪裡。若B組學生仍不熟悉，請A組學生協助指導B組學生)</p> <p>3. 合班共同討論由正方形面積推論邊長的方法。</p>	<p>T2新舊經驗銜接：透過猜謎畫正方形的活動複習面積概念，連結正方形的面積與邊長之間的關係，並利用乘法表的乘法事實從正方形的面積推論邊長。</p>
<p>6-1 (10分)</p>	<p>開展活動一</p> <p>1. 教師提問：現在老師袋子裡是一張長方形紙片，如果告訴你它的周長是18公分，你能畫出老師這張長方形紙片的樣子嗎？</p> <p>2. 每位學生在個人平方公分板方格紙畫畫看。(學生可能畫出不同的長方形)</p> <p>3. 老師公布長方形的面積是14平方公分，請大家用藍筆標示出自己畫的長方形面積，算算看是否賓果猜對了~~</p> <p>☛教師小結：周長相等的長方形有好幾種樣子，我們可以從長方形上下、左右邊等長的特性，由周長找出長方形的長和寬，當長方形的長和寬不同時，它們的面積不一定相等。</p>	<p>◆察覺周長相等，但面積不一定相等的關係</p> <p>1. 合班共同複習：利用長方形色紙和扣條複習長方形的構成要素以及周長與四個邊的關係。</p> <p>2. 全班同質分組：A、B組學生分別二人一組，先個人作圖，再兩人檢視，互相說明→同學互相觀摩畫出的作品，並互相檢驗周長是否符合18公分。 (此活動學生需透過周長反推長方形的邊長，三年級學生未學過周長公式，需透過已知長方形上下、左右邊等長的性質，嘗試發現推出邊長的策略；四年級學生可嘗試用周長公式思考邊長的組合)</p> <p>3. 合班共同討論分享：全班討論發表解題策略思維，同學可以互相欣賞觀摩他人的思考方式。 (此部分教師應檢視A組同學是否能</p>	<p>T3數學概念聯結：在同一圖形中探討周長與面積兩個幾何量的關係。</p> <p>D1概念操作理解：透過實際操作畫圖不斷確認周長與面積的意涵，釐清兩者之間的區別。</p> <p>D2解題策略探究：透過畫出老師給定條件的</p>

<p>6-2 (10分)</p>	<p>開展活動二</p> <p>1. 教師提問：老師袋子裡有另一張長方形紙片，如果告訴你它的面積是 24 平方公分，你能畫出老師這張長方形紙片的樣子嗎？(老師須強調邊長只找整數的公分長即可)</p> <p>(教師可以先引導學生想想長方形內部要如何鋪滿 24 個 1 平方公分呢？一排可以鋪幾個？可以鋪幾排？)</p> <p>2. 每位學生個人在平方公分板方格紙上畫畫看。(學生可能畫出不同的長方形)</p> <p>3. 老師公布長方形的周長是 22 公分，請大家用紅筆標示出自己畫的長方形周界，算算看周長是否賓果猜對了~~</p> <p>☛教師小結：面積相等的各種長方形(配合黑板上保留學生畫出的所有長方形的樣子說明)，我們可以從長方形內部鋪滿方格可能排列方式思考，可以假設其中一邊再找出可能的另一邊，或利用乘法表找出可能的乘法排列方式，由面積找出長方形的邊長，當長方形的長邊和短邊長度不同時，它們的周長不一定相等。</p>	<p>應用周長公式進行解題思考並說理，以及 B 組同學是否清楚周長意義並能利用長方形的邊長關係畫出正確的長方形)</p> <p>◆經驗面積相等，但周長不一定相等的關係</p> <p>1. 全班同質分組：A、B 組學生分別二人一組，先個人作圖，再兩人檢視，互相說明→同學互相觀摩畫出的作品，並互相檢驗面積是否符合 24 平方公分。</p> <p>(此活動學需透過面積反推長方形的邊長，但三年級學生未學過面積公式，只有乘法點數內部區域有幾個 1 平方公分的經驗，學生需透過嘗試錯誤或利用乘法表發現推出邊長的策略；四年級學生可嘗試用面積公式思考邊長的組合)</p> <p>3. 全班共同討論分享：全班討論發表解題策略思維，同學可以互相欣賞觀摩他人的思考方式。</p> <p>(此部分教師應檢視 A 組同學是否能應用面積公式進行解題思考並說理，以及 B 組同學是否清楚面積意義並能利用長方形內部排列方格的方式畫出正確的長方形)</p>	<p>圖，學生探究畫出符合老師條件的圖需要的策略。</p> <p>D3數學語言溝通：教師在溝通幾何語言時輔助示範的動態表徵(周長用手指周界一圈，面積需用手掌滑過整個內部區域)。</p> <p>G2解題態度培養：在猜謎活動中，學生能保持高度興趣探究，並能享受解題成功的樂趣。</p>
<p>6-3 (10分)</p>	<p>挑戰活動</p> <p>題目：老師將一條 30 公分長的繩子圍成一個長方形(如下圖)。</p>  <p>(A 組圖)</p>	<p>◆察覺周長變化與面積變化時的關係</p> <p>1. 全班同質分組：A、B 組學生分別二人一組，先個人思考，再兩人討論。(A、B 組給不同的學習單：A 組的圖示無方格、B 組的圖示有方格)</p> <p>2. 教師可透過 A 組學生於此題的解題表現，瞭解學生是否能夠利用周</p>	<p>D2解題策略探究：同時提供學生周長和面積兩個條件反推長方形的邊長，需同時考慮兩者關係進行策略思考。</p>



(B 組圖)

(1)請問它的面積是多少平方公分?

(2)如果把繩子減掉 4 公分，有可能圍出更大面積的長方形嗎？請舉一個例子說明。

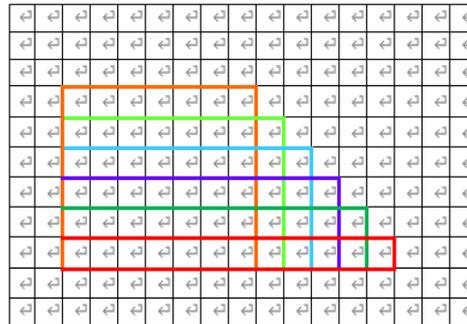
☛教師小結：周長變小的長方形，它們的面積不一定會變小。大家也可以想想看，周長變大的長方形，它們的面積就一定會變大嗎？正方形呢？這都是很有趣的探究活動，課後有興趣大家可以探討一下。

長及面積公式思考問題；B 組學生是否能利用圖示提供的方格操作解題。

3. **合班共同討論分享**：同學互相觀摩畫出的作品，並互相檢驗面積是否大於 36 平方公分，並全班討論發表解題策略思維。

★教師可透過動態展示讓學生察覺周長與面積變化時的關係。

周長變成 26 公分 面積的變化



G1 思考能力提升：透過個人及小組討論思考，探究各種策略及方法，提升數學思考的能力。

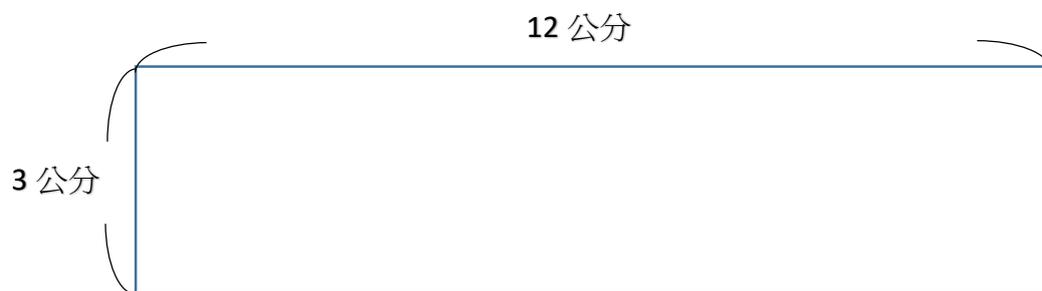
G3 共同學習增能：透過各種策略的探究、分享以及欣賞他人策略的說明，共同學習不同角度的思考。

D1 概念操作理解：透過動態展示，將周長和面積關係視覺化幫助概念理解。

數學大挑戰 (A 組)

姓名：

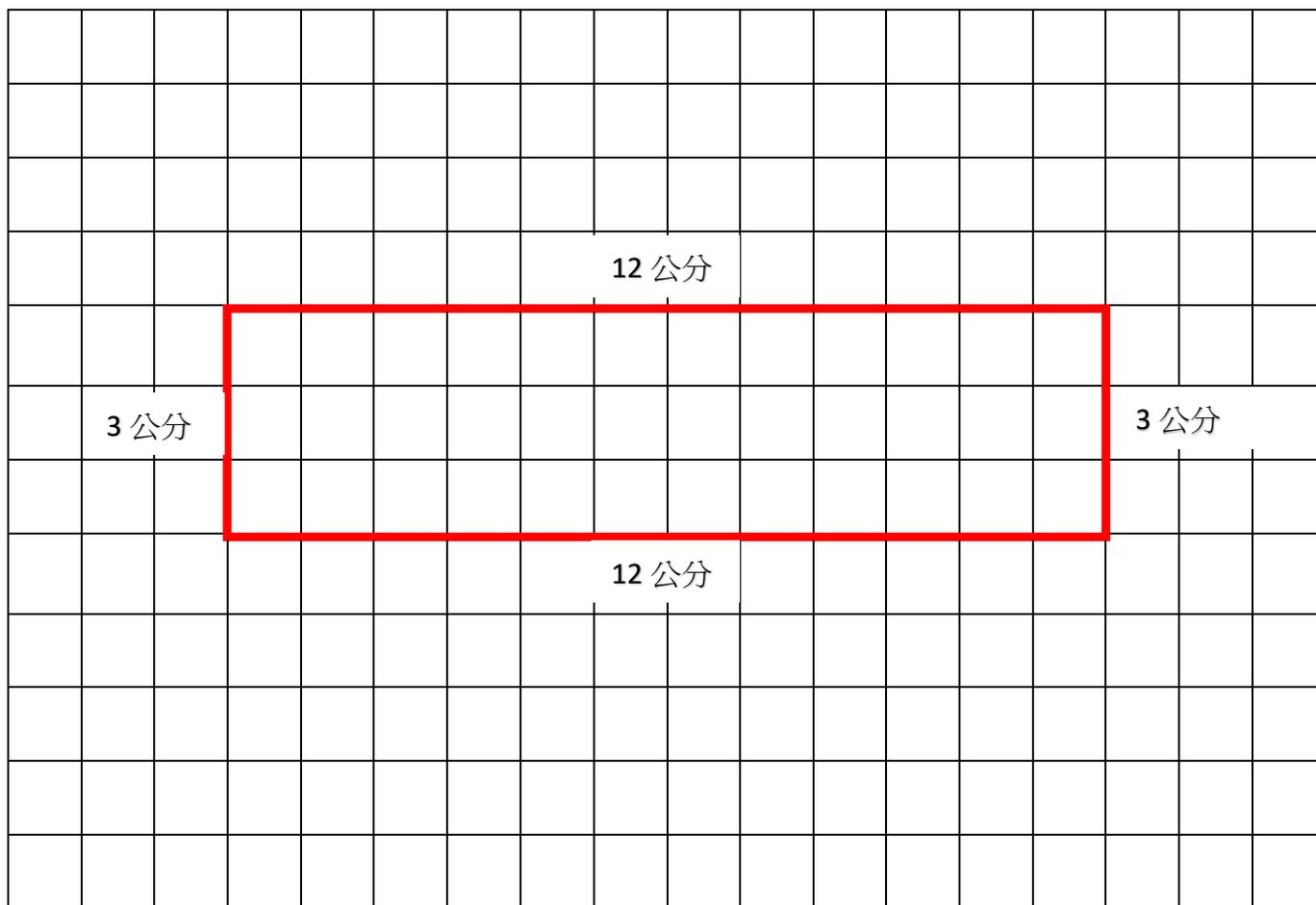
題目：老師將一條 30 公分長的繩子圍成一個長方形(如下圖)。



(1) 請問它的面積是多少平方公分？

(2) 如果把繩子減掉 4 公分，有可能圍出更大面積的長方形嗎？請舉一個例子說明。

題目：老師將一條 30 公分長的繩子圍成一個長方形(如下圖)。



(1) 請問它的面積是多少平方公分？

(2) 如果把繩子減掉 4 公分，有可能圍出更大面積的長方形嗎？請舉一個例子說明。